S21C. Autour de l'utilisation du TABLEUR[1]

Pour s'entrainer

Exercice 1[2]

1. $\frac{1}{7}\ et\ \frac{42}{17}$ ne sont pas des décimaux. En effet chacune de ces fractions est irréductible (17 est premier et 42 n'est pas un multiple de 17), et ne peut s'écrire sous la forme $\frac{N}{2^n \times 5^p}$, avec n *et* p entiers naturels. Ce sont des rationnels.

$\frac{27}{8}=\frac{3^3}{2^3}$. C'est un nombre décimal. En effet $\frac{27}{8}=\frac{3^3}{2^3}=\frac{27\times5^3}{2^3\times5^3}=\frac{3375}{1000}=3,375$

$\frac{91}{7}=\frac{7\times13}{7}=13$. C'est donc un entier naturel donc un nombre décimal (13,0).

2. La division posée de 1 par 7 donne un quotient périodique $\frac{1}{7}=0,\overline{142857}$. La période a 6 chiffres.

Pour trouver la 32ème décimale, on peut constater que la période se répètera 5 fois jusqu'au 30ème chiffre. Le 32ème chiffre est donc le deuxième chiffre de la période, c'est donc 4.

3. Le tableur montre que le quotient de 42 par 17 présente une écriture périodique. La ligne 1 comporte les données, la ligne 2 la partie entière, la ligne 3 le premier chiffre de la partie décimale. Le 20ème chiffre de cette partie décimale se lit sur la ligne 22 : c'est 5.

$$\frac{42}{17}=2,\overline{4705882352941176}$$

On est certain de retrouver en $\boxed{A18}$ un reste déjà obtenu car le reste dans la division par 17 vérifie toujours $0\le r<17$. De plus on a vu précédemment que $\frac{42}{17}$ n'est pas décimal, donc $r\ne0$. Il y a donc 16 restes différents possibles. Or les 16 restes obtenus de la ligne 2 à la ligne 17 sont déjà tous différents, le 17ème reste écrit en $\boxed{A18}$ est donc un reste déjà trouvé.

4. $a=1,\overline{23}$ $\quad 100a=123,\overline{23}$ $\quad 100a-a=123,23-1,23$ $\quad 99a=122$ $\quad a=\frac{122}{99}$

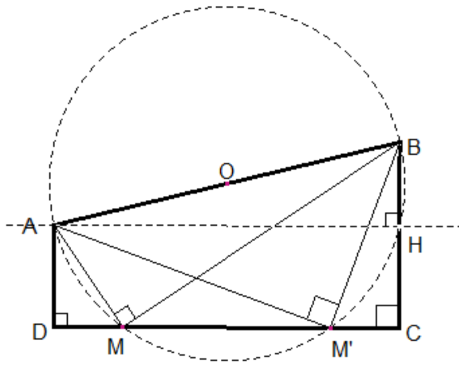
A est le nombre rationnel $\frac{122}{99}$. Cette fraction est irréductible car $99=3^2\times11$ et 122 n'est divisible ni par 3 ($122=3\times40+2$), ni par 11 ($122=11\times11+1$).

[1] 2008G6 - 2009G36 – 2007G5
[2] Voir S15

Exercice 2

ABCD est un trapèze rectangle en C et D tel que $AD = 2cm,\ DC = 8cm\ et\ BC = 5cm$. O est le milieu du segment [AB].

1. Si les triangles ABM et ABM' sont rectangles en M et M', ils sont inscrits dans un cercle de diamètre leur hypoténuse [AB].



On trace donc le cercle de centre O passant par A et B. Ce cercle coupe le segment [CD] en deux points (admis) M et M'. Puisque $DM < DM'$, le point M appartient au segment [DM'].

2. a. On trace la droite perpendiculaire à [BC] passant par A ; elle coupe [BC] en H. Le quadrilatère AHCD est alors un rectangle puisqu'il a trois angles droits et ses côtés opposés sont alors de même longueur, soit $AH = DC = 8cm$ et $AD = HC = 2cm$ d'où $BH = BC - HC = 5cm - 2cm = 3cm$.

Le triangle ABH étant rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore $AB^2 = AH^2 + BH^2\ soit\ AB^2 = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73\ \ d'où\ AB = \sqrt{73}cm$

b. Dans le triangle rectangle ADM d'après le théorème de Pythagore $AM^2 = AD^2 + DM^2 = 2^2 + a^2 = 4 + a^2$.

De même dans le triangle rectangle BMC, avec $CM = CD - DM = 8 - a$:

$BM^2 = BC^2 + CM^2 = 25 + (8-a)^2 = 25 + 64 + a^2 - 16a = 89 + a^2 - 16a$

c. Dans le triangle rectangle ABM, d'hypoténuse [AB], toujours d'après le théorème de Pythagore $AB^2 = AM^2 + BM^2$. On en déduit donc que $73 = 4 + a^2 + 89 + a^2 - 16a$, soit $2a^2 - 16a + 20 = 0$, ou encore $a^2 - 8a + 10 = 0$, ce qui montre bien que a est solution de l'équation $x^2 - 8x + 10 = 0$.

3. $M \in [DC]\ donc\ 0 \le x \le 8$. L'utilisateur va donc, à l'aide du tableur, chercher par essais successifs les solutions de l'équation $x^2 - 8x + 10 = 0$

a. Ci-dessous, on remarque dans la colonne B qu'entre 1 et 2, puis entre 6 et 7 l'expression *x²-8x+10* a changé de signe, donc elle s'annule entre 1 et 2, et entre 6 et 7. L'utilisateur va essayer de déterminer avec plus de précision la valeur de *x* qui annule l'expression. Pour cela, dans la colonne D, il restreint sa recherche aux deux intervalles [1 ; 2] et [6 ; 7] en choisissant un pas de 0,1.

Dans la case $\boxed{\text{E2}}$, il entre la valeur de son expression *x²-8x+10* sous la forme : =D_2*D_2-8*D_2+10. Il l'itère ensuite jusqu'à la case E_{24}.

b. Les deux solutions S_1 et S_2 vérifient donc $1{,}550 < S_1 < 1{,}551$ et $6{,}449 < S_2 < 6{,}450$

4. Une valeur approchée de DM au millième est 1,550*cm*, celle de DM' 6,449*cm*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	x	x^2-8x+10		x	x^2-8x+10		x	x^2-8x+10		x	x^2-8x+10
2	0	10		1	3		1,5	0,25		1,55	0,0025
3	1	3		1,1	2,41		1,51	0,2001		1,551	-0,002399
4	2	-2		1,2	1,84		1,52	0,1504		1,552	-0,007296
5	3	-5		1,3	1,29		1,53	0,1009		1,553	-0,012191
6	4	-6		1,4	0,76		1,54	0,0516		1,554	-0,017084
7	5	-5		1,5	0,25		1,55	0,0025		1,555	-0,021975
8	6	-2		1,6	-0,24		1,56	-0,0464		1,556	-0,026864
9	7	3		1,7	-0,71		1,57	-0,0951		1,557	-0,031751
10	8	10		1,8	-1,16		1,58	-0,1436		1,558	-0,036636
11				1,9	-1,59		1,59	-0,1919		1,559	-0,041519
12				2	-2		1,6	-0,24		1,56	-0,0464
13											
14				6	-2		6,4	-0,24		6,44	-0,0464
15				6,1	-1,59		6,41	-0,1919		6,441	-0,041519
16				6,2	-1,16		6,42	-0,1436		6,442	-0,036636
17				6,3	-0,71		6,43	-0,0951		6,443	-0,031751
18				6,4	-0,24		6,44	-0,0464		6,444	-0,026864
19				6,5	0,25		6,45	0,0025		6,445	-0,021975
20				6,6	0,76		6,46	0,0516		6,446	-0,017084
21				6,7	1,29		6,47	0,1009		6,447	-0,012191
22				6,8	1,84		6,48	0,1504		6,448	-0,007296
23				6,9	2,41		6,49	0,2001		6,449	-0,002399
24				7	3		6,5	0,25		6,45	0,0025

Exercice 3

1. Tableur

	A	B	C	D	E
1	Nbre d'adultes	Nbre d'enfants	Prix payé par les adultes	Prix payé par les enfants	Somme totale dépensée
2	0	27	0	607,5	607,5
3	1	26	45	585	630
4	2	25	90	562,5	652,5
5	3	24	135	540	675
6	4	23	180	517,5	697,5
7	5	22	225	495	720
8	6	21	270	472,5	742,5
9	7	20	315	450	765
10	8	19	360	427,5	787,5
11	9	18	405	405	810
12	10	17	450	382,5	832,5
13	11	16	495	360	855
14	12	15	540	337,5	877,5
15	13	14	585	315	900
16	14	13	630	292,5	922,5
17	15	12	675	270	945
18	16	11	720	247,5	967,5
19	17	10	765	225	990
20	18	9	810	202,5	1012,5
21	19	8	855	180	1035
22	20	7	900	157,5	1057,5

a. La ligne 14 affiche en case E14 le total recherché, on trouve donc 12 adultes et 15 enfants.

b. La ligne 19 comporte en A19 : 17 en B19 : 10 en C19 : 765 en D19 : 225 en E19 : 990

c. Les copies d'écran ci-dessous montrent les formules entrées en sélectionnant successivement chaque case.

En C4 : =A4*45 En D4 : =B4*22,5 En E4 : = C4+D4

Chaque formule commence par « = », et il suffit pour entrer le nom d'une case (par exemple A4) de cliquer sur la case A4. On peut remarquer que le signe de multiplication se désigne par « * ».

C4 f_x =A4*45

	A	B	C
2	0	27	0
3	1	26	45
4	2	25	90
5	3	24	135
6	4	23	180
7	5	22	225

D4 f_x =B4*22,5

	A	B	C	D
2	0	27	0	607,5
3	1	26	45	585
4	2	25	90	562,5
5	3	24	135	540
6	4	23	180	517,5
7	5	22	225	495
8	6	21	270	472,5

E4 f_x =C4+D4

	A	B	C	D	E
2	0	27	0	607,5	607,5
3	1	26	45	585	630
4	2	25	90	562,5	652,5
5	3	24	135	540	675
6	4	23	180	517,5	697,5
7	5	22	225	495	720

2.a. Solution algébrique

Soit n le nombre d'adultes et p le nombre d'enfants. le prix payé par les enfants est de la moitié de 45€ soit 22,50€ .

$$\begin{cases} n+p=27 \\ n\times 45+p\times 22,5=877,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n+p=27 \\ n\times 45+(27-n)\times 22,5=877,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n+p=27 \\ 45n+607,5-22,5n=877,5 \end{cases} \qquad \begin{cases} n+p=27 \\ 22,5n=270 \end{cases} \qquad \begin{cases} n=12 \\ p=15 \end{cases}$$

Le groupe comprend 12 adultes et 15 enfants.

b.Solution arithmétique

Chaque enfant paie la moitié de la place adulte, on peut donc le comptabiliser comme « 0,5 » adulte, en tenant compte que le nombre d'adultes et d'enfants sont entiers.

On constate que $877,50=45\times 19,5$

On va décomposer 19,5 successivement jusqu'à obtenir 27 personnes, adultes et enfants compris :

$$877,50=45\times 19,5=45\times\underbrace{(19+0,5)}_{20\ personnes}=45\times\underbrace{(18+3\times 0,5)}_{21\ personnes}=...=45\times\underbrace{(12+15\times 0,5)}_{27\ personnes}$$

On retrouve 12 adultes et 15 enfants.