# S3C. Autour du CALCUL NUMERIQUE Corrigé

## Mise en route

**1.** $\frac{3}{5}=\frac{3\times4}{5\times4}=\frac{12}{20}$ $\frac{4}{9}=\frac{4\times5}{9\times5}=\frac{20}{45}$ $\frac{15}{11}=\frac{15\times3}{11\times3}=\frac{45}{33}$

Si la troisième fraction est $\frac{6}{11}$ alors chaque fraction se transforme en multipliant numérateur et dénominateur par un coefficient bien choisi : $\frac{3}{5}=\frac{3\times4\times k}{5\times4\times k}$ $\frac{4}{9}=\frac{4\times5\times l}{9\times5\times l}$ $\frac{6}{11}=\frac{6\times9\times5\times m}{11\times9\times5\times m}$ .il suffit de prendre m=1, on obtient : $\frac{6}{11}=\frac{6\times9\times5}{11\times9\times5}=\frac{270}{495}$ $\frac{4}{9}=\frac{4\times5\times6}{9\times5\times6}=\frac{120}{270}$ $\frac{3}{5}=\frac{3\times4\times6}{5\times4\times6}=\frac{72}{120}$ , soit $\frac{72}{120}, \frac{120}{270}, \frac{270}{495}$

**2.** $n^2=11^2$ mais aussi $n^2=(-11)^2$, d'où deux solutions : $n=11$ ou $n=-11$

$n^2=-100$ Dans R un carré ne peut pas être négatif : pas de solution $S=\varnothing$

$n^2=18$ $n^2-18=0$ $(n-\sqrt{18})(n+\sqrt{18})=0$
un produit est nul si et seulement si un des deux facteurs est nul
soit $n-\sqrt{18}=0$, soit $n+\sqrt{18}=0$ soit $n=\sqrt{18}$, soit $n=-\sqrt{18}$ d'où deux solutions : $\sqrt{18}$ et $-\sqrt{18}$

$n^2=\frac{4}{9}$ De la même façon on trouve deux solutions : $n=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$ ou $n=-\frac{2}{3}$

$n^2=\frac{11}{16}$ De la même façon on trouve deux solutions : $n=\sqrt{\frac{11}{16}}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{16}}=\frac{\sqrt{11}}{4}$ ou $n=-\frac{\sqrt{11}}{4}$

**3.** En une heure il y a 3600secondes. La distance parcourue est donc de : $300000\times3600=1080000000=1{,}08\times10^9$ km.

En une année : $24\times365\times1{,}08\times10^9=9460{,}8\times10^9\approx10^4\times10^9$ soit $10^{13}$.

L'ordre de grandeur de l'année lumière est de $10^{13}$ km.

**4.** $72{,}4116\times10^{28}$ = 724116 x $10^{24}$ Ce nombre possède donc 30 chiffres.

**5.** $10<97<100$ *donc* $10^{26}<97^{26}<100^{26}$

Il est donc inférieur à $100^{26}=10^{52}$ qui s'écrit avec 53 chiffres ; il possède donc au plus 52 chiffres, et la réponse est vraie.

**6.** Soit $A$ l'aire du rectangle ($m^2$) : $A=l\times L=40\times80=3200$

On en déduit l'aire du carré ainsi que la mesure de la longueur de son côté $c$ :

$c^2=3200$ $c=\sqrt{3200}=\sqrt{40^2\times2}=40\sqrt{2}$

Soit $P_1$ le périmètre du champ carré de Pierre et $P_2$ le périmètre du champ rectangulaire de Marc.

$P_1 = 4\times 40\sqrt{2} = 160\sqrt{2} \approx 226$
$P_2 = 2\times(40+80) = 240$

La longueur de la clôture de Marc est donc plus longue que celle de Pierre. Pierre a donc raison.

## Pour s'exercer

### Exercice 1 :

**a.** $A = \dfrac{25\times 27}{72\times 75} = \dfrac{5\times 5\times 9\times 3}{9\times 8\times 3\times 25} = \dfrac{\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{9}\times\cancel{3}}{\cancel{9}\times 8\times\cancel{3}\times\cancel{5}\times\cancel{5}} = \dfrac{1}{8}$

$B = \dfrac{6300}{9240} = \dfrac{9\times 7\times\cancel{10}\times 10}{3\times 308\times\cancel{10}} = \dfrac{3\times\cancel{3}\times\cancel{7}\times\cancel{2}\times 5}{\cancel{3}\times\cancel{7}\times\cancel{2}\times 22} = \dfrac{15}{22}$

On peut aussi calculer le PGCD de 6300 et de 9240, par exemple avec l'algorithme d'Euclide ; le PGCD de 9240 et de 6300 est le dernier reste non nul, soit 420.

| | Quotient euclidien | Reste |
|---|---|---|
| $9240 \div 6300$ | 1 | 2940 |
| $6300 \div 2940$ | 2 | 420 |
| $2940 \div 420$ | 7 | 0 |

$6300 = 420\times 15$ et $9240 = 420\times 22$

La fraction $\dfrac{6300}{9240}[0,1]$ se simplifie donc par 420, et est égale à $\dfrac{15}{22}$.

**b.** $C = -\dfrac{7}{5}\times(3-\dfrac{8}{21}) = -\dfrac{7}{5}\times\dfrac{55}{21} = -\dfrac{\cancel{7}\times\cancel{5}\times 11}{\cancel{5}\times\cancel{7}\times 3} = -\dfrac{11}{3}$

$D = \dfrac{1}{12} - \dfrac{15}{4} \div \dfrac{9}{16} = \dfrac{1}{12} - \dfrac{15}{4}\times\dfrac{16}{9} = \dfrac{1}{12} - \dfrac{5\times\cancel{3}\times\cancel{4}\times 4}{\cancel{4}\times\cancel{3}\times 3} = \dfrac{1}{12} - \dfrac{20}{3} = -\dfrac{79}{12}$

$E = \dfrac{2-\dfrac{1}{3}}{5-\dfrac{5}{6}} = \dfrac{\dfrac{5}{3}}{\dfrac{25}{6}} = \dfrac{5}{3}\times\dfrac{6}{25} = \dfrac{\cancel{5}\times\cancel{3}\times 2}{\cancel{3}\times\cancel{5}\times 5} = \dfrac{2}{5}$

### Exercice 2

**a.**
a=$(-5)^2$=25 b=$-8^2$=-64 c=$(-10)^5$=-100000 d = $-10^4$=-10000

e=$10^{-5}$=0,00001 f=$(-10)^{-2} = \dfrac{1}{(-10)^2} = \dfrac{1}{100}$=0,01 g=$5^{-3} = \dfrac{1}{125}$ h=$(-2)^{-4} = \dfrac{1}{(-2)^4} = \dfrac{1}{16}$

**b.** $I = \dfrac{10^2\times 10^{-4}}{10^3} = 10^{2-4-3} = 10^{-5} = 0{,}00001$ J=$\dfrac{10^{30}\times 10^{-25}}{10^{-20}\times 10^{25}} = \dfrac{10^5}{10^5}$=1

K=$\dfrac{10^{-1}+10^2}{10^{-5}\times 10^2} = \dfrac{0{,}1+100}{10^{-3}} = \dfrac{100{,}1}{0{,}001}$=100100

**c.** $a^2 - b^2 = 30^2 - (-100)^2 = 900 - 10000 = -9100$

$a - b^2 = 30 - (-100)^2 = 30 - 10000 = -9970$

$(a-b)^2 = (30-(-100))^2 = (130)^2 = 16900$

**d.** $\dfrac{a^2b^3}{c^{-1}} = \dfrac{3^2\times(-10)^3}{2^{-1}} = \dfrac{-9000}{\dfrac{1}{2}} = -9000\times 2 = -18000$

**Exercice 3**

**a.** $5600000 = 5{,}6\times 10^6$ 128 millions = $128 \times 10^6 = 1{,}28\times 10^2 \times 10^6 = 1{,}28\times 10^8$

$365{,}042 = 3{,}65042\times 100 = 3{,}65042\times 10^2$ $0{,}00126 = 1{,}26 \times 0{,}001 = 1{,}26\times 10^{-3}$ $0{,}000000000037 = 3{,}7\times 10^{-11}$

**b.** $D = \dfrac{2^5\times 3^{-8}\times 5^7}{2^6\times 5^5\times 3^{-9}} = 2^{-1}\times 3^1\times 5^2 = \dfrac{1}{2}\times 3\times 25 = 37{,}5 = 3{,}75\times 10^1$

$E = \dfrac{24\times 10^{-3}\times 3\times 10^{-5}}{36\times 10^{-4}} = \dfrac{\cancel{12}\times 2\times \cancel{3}\times 10^{-8}}{\cancel{12}\times \cancel{3}\times 10^{-4}} = 2\times 10^{-4}$

$F = 6{,}2\times 10^{21}\times 5\times 10^{-14}\times 10^{-9} = 31\times 10^{-2} = 3{,}1\times 10^{-1}$

$G = 413{,}25\times 10^{-2} = (4{,}1325\times 100)\times 10^{-2} = 4{,}1325\times 10^2\times 10^{-2} = 4{,}1325\times 10^0$

**Exercice 4**

**a.** Encadrement à l'unité près : $\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$ soit $4 < \sqrt{21} < 5$ $\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}$ soit $5 < \sqrt{35} < 6$

Encadrement au centième près : $\sqrt{21} \approx 4{,}5825$ soit $4{,}58 < \sqrt{21} < 4{,}59$ $\sqrt{35} \approx 5{,}916$ soit $5{,}91 < \sqrt{35} < 5{,}92$

**b.** $\sqrt{72} = \sqrt{2\times 36} = 6\sqrt{2}$ $\sqrt{54} = \sqrt{9\times 6} = 3\sqrt{6}$ $\sqrt{28} = \sqrt{4\times 7} = 2\sqrt{7}$ $\sqrt{300} = \sqrt{3\times 100} = 10\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)^2 = 3 + 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{7} + 7 = 10 + 2\sqrt{21}$

**c.** $\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)^2 = 2 - 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5} + 5 = 7 - 2\sqrt{10}$

$\left(\sqrt{13}+\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{13}-\sqrt{11}\right) = (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{11})^2 = 13 - 11 = 2$

**d.**

$a = \sqrt{50}\times\sqrt{6}\times\sqrt{12} = \sqrt{25\times 2\times 6\times 2\times 6} = \sqrt{5^2\times 6^2\times 2^2} = 5\times 6\times 2 = 60$

$b = \sqrt{7}\times\sqrt{18}\times\sqrt{15}\times\sqrt{21} = \sqrt{7\times 2\times 9\times 3\times 5\times 7\times 3} = \sqrt{7^2\times 9^2\times 2\times 5} = 7\times 9\times\sqrt{10} = 63\sqrt{10}$

$c = 4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 11\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = (4-2-11+5)\sqrt{7} = -4\sqrt{7}$

$d = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 7\sqrt{3} = (5-3)\sqrt{2} + (4+7)\sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 11\sqrt{3}$

$e = \sqrt{180} - \sqrt{20} - \sqrt{125} - \sqrt{5} = \sqrt{36\times 5} - \sqrt{4\times 5} - \sqrt{25\times 5} - \sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = -2\sqrt{5}$

$f = 3\sqrt{18} + 2\sqrt{98} + \sqrt{242} = 3\sqrt{9\times 2} + 2\sqrt{49\times 2} + \sqrt{121\times 2} = 3\times 3\sqrt{2} + 2\times 7\sqrt{2} + 11\sqrt{2} = 9\sqrt{2} + 14\sqrt{2} + 11\sqrt{2} = 34\sqrt{2}$

**e.** $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{4}}{\sqrt{6}} = \sqrt{4} = 2$ $\dfrac{5}{\sqrt{12}} = \dfrac{5\sqrt{12}}{12} = \dfrac{5\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{12} = \dfrac{5\times 2\times\sqrt{3}}{12} = \dfrac{5\sqrt{3}}{6}$ $\dfrac{\sqrt{169}}{\sqrt{49}} = \dfrac{13}{7}$

**Exercice 5**

**a.** $\dfrac{4x^2+3x-1}{5x^2+3} = \dfrac{4(\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2} - 1}{5(\sqrt{2})^2 + 3} = \dfrac{8 + 3\sqrt{2} - 1}{10+3} = \dfrac{7+3\sqrt{2}}{13}$

$A = 3+\sqrt{11} \qquad B = 3-\sqrt{11}$

**b.** $A^2 = (3+\sqrt{11})^2 = 9+2\times3\times\sqrt{11}+11 = 20+6\sqrt{11}$

$B^2 = (3-\sqrt{11})^2 = 20-6\sqrt{11}$

$A\times B = (3+\sqrt{11})(3-\sqrt{11}) = 3^2-(\sqrt{11})^2 = 9-11 = -2$

**c.** C et D sont égaux car $C = \sqrt{45}\times\sqrt{10} = \sqrt{9\times5\times5\times2} = \sqrt{3^2\times5^2\times2} = 15\sqrt{2}$

D= $2\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{2} = 2\sqrt{25\times2}+\sqrt{36\times2}-\sqrt{2} = 10\sqrt{2}+6\sqrt{2}-\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

**d.** $f(-2) = (-4-3)^2+(-10+1)(-4+3) = (-7)^2+(-9)(-1) = 49+9 = 58$

$$f(\frac{1}{5}) = (\frac{2}{5}-3)^2+(\frac{5}{5}+1)(\frac{2}{5}+3) = (-\frac{13}{5})^2+2\times\frac{17}{5} = \frac{169}{25}+\frac{34}{5} = \frac{339}{25}$$

$$f(\sqrt{2}) = (2\sqrt{2}-3)^2+(5\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}+3) = 8-12\sqrt{2}+9+20+15\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3 = 40+5\sqrt{2}$$

**Exercice 6**

Pour démontrer que deux expressions sont égales on peut, soit partir de l'une pour arriver à la deuxième (**a**.), soit calculer séparément les deux expressions (**b**.)

**a.** $$\Phi^2 = (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{2(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{2+1+\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2}+\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1+\Phi$$

**b.**

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{2(1-\sqrt{5})}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})} = \frac{2(1-\sqrt{5})}{1-5} = \frac{2(1-\sqrt{5})}{-4} = \frac{1-\sqrt{5}}{-2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\Phi-1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}-1 = \frac{1+\sqrt{5}-2}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1}{\Phi} = \Phi-1$$