S19. Autour de GRANDEURS et de leur MESURE (suite)
Vitesse, Débit, Volume, Contenance…

Mise en route

I. Vrai ou Faux ?

Distance réelle (km) $\times$ Distance sur la carte (cm) = Echelle de la carte (?)

Capital placé (en €) $\times$ Taux de placement (?) = Intérêt du capital ((en €)

Durée du parcours (s) $\times$ Distance parcourue (m)= Vitesse moyenne (?)

Durée de l'écoulement (en s) $\times$ Volume écoulé(?) = Débit moyen (en m^3/s)

II. Un grand cube est constitué de 512 petits cubes identiques juxtaposés, de 2cm de côté chacun. Quelle est, en centimètres, la longueur d'une arête du grand cube ? Quel est, en litres, son volume ?
Quelle est, en décimètres carrés, l'aire totale du cube ?

III. Les aires des faces d'un parallélépipède rectangle sont respectivement égales à 96, 160 et 240 centimètres carrés. Quel est le volume de ce parallélépipède ?

IV. Un lustre équipé de quatre ampoules de puissance 40W chacune reste allumé pendant quinze jours. Le prix unitaire du kWh est 0,07650€. Calculer la dépense occasionnée.

V. Le 7 novembre 1998, au retour du second voyage historique de John Glenn dans l'espace, la navette spatiale Discovery avait parcouru 5,8 millions de kilomètres. Cette mission ayant duré 8 jours et 22 heures. Calculer la vitesse moyenne en km/h de la navette (on donnera le résultat en écriture décimale arrondie au km/h puis en écriture scientifique)

VI. Un cargo de 76 mètres de long et navigant à 25 km/h dépasse un bateau de plaisance de 15 mètres de long se déplaçant à 12 km/h. Calculer la durée du dépassement.
(Le moment initial du déplacement correspond au moment où l'avant du cargo est à la hauteur de l'arrière du bateau de plaisance. Le moment final du dépassement correspond au moment où l'arrière du cargo est à la hauteur de l'avant du bateau de plaisance).

VII. Un bassin est alimenté par deux fontaines qui ont chacune un débit constant. Utilisée seule, la première fontaine remplit le bassin en 9heures. La deuxième, si elle fonctionne seule, ne met que 7 heures à le remplir. Combien de temps faudrait-il pour remplir le bassin si on utilisait les deux fontaines en même temps ? Exprimer ce temps en heures, minutes et secondes.

Si on laisse couler la première fontaine pendant 4 heures et la seconde pendant 3 heures, la quantité d'eau recueillie au total est de 550 litres. Quelle est la capacité du bassin ? Calculer en litres par heure, le débit de chacune des deux fontaines.

VIII. Un bloc de granit G est composé de : 28 % de quartz, 53% de feldspath, 11% de biotite et 19,2dm^3 de minéraux secondaires. Calculer le volume de ce bloc.

Un mètre cube de ce granit a une masse de 2,6 tonnes. Calculer la masse du bloc de granit G.

Pour s'exercer[1]

Exercice 1

Je dispose d'un échantillon d'un minerai A qui pèse 11 kg et dont le volume est de 2,5 dm^3. Je dispose aussi d'un minerai B dont la densité est de 8, c'est-à-dire qu'il pèse 8 kg par dm^3.

a. Quelle est la densité du minerai A ?

b. On veut fabriquer un mélange de ces deux minerais pour obtenir un minerai C dont la densité soit égale à 7. On veut aussi fabriquer la plus grosse quantité possible de minerai C, et donc utiliser les 11 kg de minerai A. Trouver la masse de minerai B qu'on va devoir utiliser.

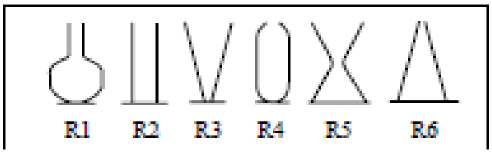
c. Si on voulait n'utiliser que 6,6 kg du minerai A pour obtenir un mélange C dont la densité soit encore égale à 7, quelle quantité de minerai B devrais-je utiliser ?

Exercice 2

Vu à la Cité des Sciences et de l'Industrie à Paris

« Six réservoirs de forme différentes, de même volume, de même hauteur se remplissent dans le même temps. Il s'agit d'associer à une forme de récipient une jauge et une courbe indiquant la hauteur du liquide en fonction du temps. »

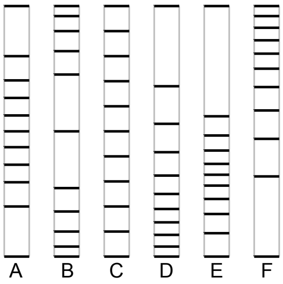
Les graduations des six jauges A, B, C…indiquent les hauteurs de liquide correspondant à 1litre, 2litres… pour les six réservoirs. Les courbes 1, 2, 3… indiquent la hauteur atteinte par le liquide en fonction du temps lorsque les six réservoirs se remplissent.



Les récipients ont tous le même volume 10 litres et la même hauteur. Les formes sont représentées grossièrement sur le dessin ci -dessus. Pendant le remplissage, le débit de l'eau est constant et identique d'un récipient à l'autre. Ainsi à un instant donné, le volume d'eau contenu dans chaque récipient est le même mais la hauteur n'est pas nécessairement la même.

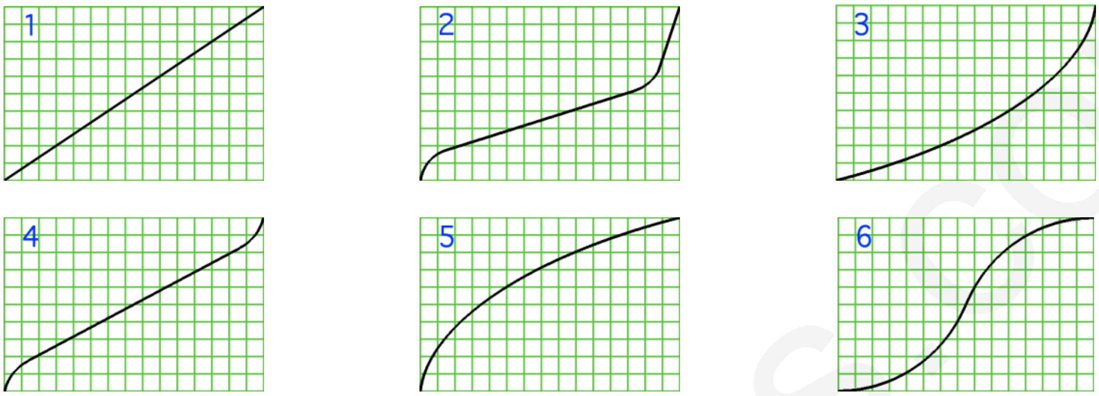
1. Associez à chaque récipient repéré de gauche à droite par R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6 :

[1] Amiens 2003- 2006groupe 5 - 2008groupe 5 - 2006groupe 1- Lyon 2005



a. la jauge qui lui correspond, parmi les jauges reproduites ci-contre.

b. la courbe qui lui correspond, parmi les courbes reproduites ci-dessous. Vous présenterez vos résultats dans un tableau, sans justification.



2. Sachant que le diamètre du récipient cylindrique R_2 est de 16 cm, calculez la hauteur de ce récipient (arrondie au centimètre près).
3. A un instant t, le récipient cylindrique R_2 est rempli au 2/3 de sa hauteur. Calculer, au dixième de litre près, le volume d'eau V' contenu dans le cylindre à cet instant précis.
4. On regarde la hauteur d'eau dans le récipient R_6 au moment où le récipient cylindrique R_2 est rempli au 2/3 de sa hauteur. Est-elle plus ou moins haute que dans R_2 ? Justifiez votre réponse en utilisant les courbes de la question 2.

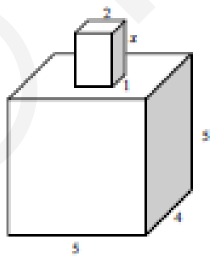
Exercice 3

Un fabricant de parfum veut fabriquer deux flacons de même contenance, suivant les schémas ci-dessous.

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Le flacon (1) est constitué de deux pavés droits. X désigne la mesure de la hauteur du pavé droit supérieur. Montrer que la mesure V_1 du volume du flacon (1) s'exprime en fonction de x sous la forme

$V_1(x) = 2x + 100$



Flacon 1

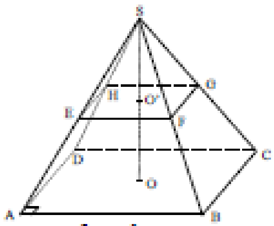
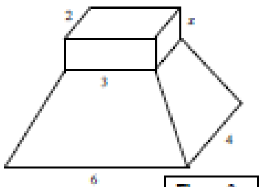


figure 1



Flacon 2

2. Le flacon (2) est constitué : d'une part d'une pyramide tronquée à base rectangulaire, représentée par le solide ABCDEFGH ci-dessous, d'autre part d'un pavé droit de dimensions 2, 3, *x* comme indiqué sur la figure. La droite (SO) est la hauteur de la pyramide ; elle perce le rectangle EFGH en O', avec SO=11cm; SO'=5,5cm; AB=6cm; BC=4cm; EF=3cm; FG=2cm.

Montrer que la mesure V_2 du volume du flacon (2) s'exprime en fonction de x sous la forme $V_2(x) = 6x + 77$

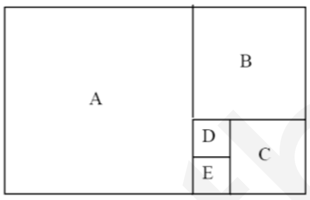
3. Dans un repère orthogonal du plan :

Sur l'axe des abscisses, un centimètre représente une longueur de 1cm.

Sur l'axe des ordonnées, un millimètre représente un volume de 1cm^3.

- **a.** Représenter graphiquement dans ce repère, les fonctions V1 et V2 pour des valeurs de x comprises entre 1 et 10.
- **b.** Déterminer graphiquement une valeur approchée de x au dixième près pour laquelle $V_1(x) = V_2(x)$
- **c.** Résoudre $V_1(x) = V_2(x)$ par le calcul.
- **d.** Calculer le volume trouvé précédemment correspondant à la valeur x, et l'exprimer en centilitre.

Exercice 4



La figure est un rectangle découpé en cinq carrés A, B, C, D, E. On appelle a, b, c, d, e les longueurs respectives des côtés de ces carré.

1. Exprimer a, b, d, e en fonction de c.

2. On suppose que le rectangle représente une feuille de papier de 3610cm². Calculer c puis trouver les dimensions de la feuille.

3. On suppose que le rectangle représente une plaque métallique homogène. La masse de la pièce B est de 100 grammes. Calculer la masse de la pièce A au décigramme près.

4. On suppose que le rectangle représente la vue de dessus d'un assemblage de cinq cubes. Le volume du cube A est 2 m^3. Calculer le volume du cube C. Donner la réponse en dm^3.

Exercice 5

On rappelle que la masse volumique d'un corps, solide ou liquide, est le quotient de sa masse par son volume ; la masse volumique de l'eau est, dans des conditions normales, 1g/cm^3.

Une statuette métallique a une masse de 340g. On dispose d'un vase, dont la masse (à vide !) est 500g. On remplit à ras bord le vase d'eau, et l'ensemble pèse 2300g. Si on immerge la statue dans le vase plein, on trouve après débordement que le vase pèse 2600g.

1. Calculer le volume de la statue.
2. Calculer la masse volumique de la statue en g / cm^3, puis en kg / l. (kilogramme par litre).
3. On vide le vase de l'eau et de la statue, puis on le remplit à ras bord d'un nouveau liquide.

L'ensemble pèse 1940g. Quelle est la masse volumique de ce liquide ?

☞ **A retenir**[2]

↘ La grandeur **TEMPS**

Lorsqu'on aborde la notion de temps, deux aspects (souvent en interaction) doivent être distingués : *l'instant* et la *durée*.

- L'aspect "repérage" du temps désigne un moment précis, ponctuel. Il s'agit de l'instant, du moment, de l'heure (exemple : il est 9h), de la date (le 18/10 /2010). On a alors à faire à une grandeur continue repérable, parfois par un nombre négatif (-50 avant JC), faisant référence à l'aspect ordinal du nombre, ici linéaire et irréversible.
- L'aspect "mesurage" associé au temps exprime l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux moments. Il s'agit ici de la durée entre le début et la fin d'un événement (exemple : le vol dure 9heures). On a alors à faire à une grandeur continue mesurable par un nombre toujours positif, faisant référence à l'aspect cardinal du nombre, selon une orientation sous jacente de l instant initial à l'instant final.

Les unités usuelles pour la mesure du temps sont la seconde, la minute, l'heure, le jour, la semaine, le mois, l'année, le siècle…. Ce système est complexe puisque les correspondances ne sont pas toutes dans la même base : sexagésimal pour heures, minutes, secondes, avec la minute (min) valant 60 secondes et l'heure (h) valant 60 minutes, il revient au système décimal pour les durées inférieures à la seconde, avec les dixièmes de secondes, les centièmes de secondes… Au-delà des heures, le jour correspond à 24 heures, la semaine vaut 7 jours, le mois varie entre 28, 29, 30, 31 jours selon le mois et l'année et selon un rythme périodique, l'année comprend 365 ou 366 jours, le siècle toujours cent ans !

Les outils utilisés pour ces mesures sont de deux types : d'une part horloge de différents types, frise chronologique, calendrier, emploi du temps …pour le repérage du temps, d'autre part chronomètre, clepsydre, sablier …pour la mesure des durées.

La vitesse est une grandeur dérivée de la longueur et du temps, plus précisément le quotient d'une distance par le temps (durée) mis à la parcourir.

On retiendra $Vitesse = \frac{Distance}{temps} = \frac{D}{t}$ mais aussi $Distance = V \times t$ et $temps = \frac{D}{V}$.

Ces correspondances se retrouvent dans les unités usuelles de vitesse $m.s^{-1}$ ou $km.h^{-1}$ (précédemment notées m/s ou km/h)

↘ Les grandeurs **MASSE, VOLUME et CONTENANCE**

La masse, souvent confondue avec le poids dans le langage familier, est une grandeur mesurable du même type que la longueur. Les unités de masse se déduisent les unes des autres de 10 en 10, en ordre croissant ou décroissant : kilogramme, hectogramme, décagramme, gramme, décigramme, centigramme, milligramme, auxquelles on peut ajouter le quintal et la tonne :

Ainsi $1kg = 10hg = 100dag = 1000g$ et $1g = 10dg = 100cg = 1000mg$ et $1q = 100kg$ et $1t = 1000kg$

[2] Voir aussi fiche méthode Conversions

La contenance est aussi une grandeur mesurable du même type que la longueur ou la masse. Les unités de contenance fonctionnent de 10 en 10 en ordre croissant ou décroissant.

Ainsi $1hl = 10dal = 100l$ et $1l = 10dl = 100cl = 1000ml$

Par contre **le volume** est une grandeur tridimensionnelle qui se déduit des unités de longueur par $Volume = longueur^3$. Les unités de volume se déduisent donc les une des autres de 1000 en 1000, en ordre croissant ou décroissant. Ainsi $1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000\ 000\ 000mm^3$

La correspondance avec les unités de contenance est à connaître car, selon le contexte, les une ou les autres sont utilisées. Il y a trois « passerelles » :

$\boxed{1m^3}$			$\boxed{1dm^3}$			$\boxed{1cm^3}$
$\boxed{1000l}$	$1hl = 100l$	$1dal = 10l$	$\boxed{1litre}$	$1dcl = 0,1l$	$1cl = 0,01l$	$\boxed{1ml = 0,001l}$

Ainsi $1m^3 = 1000l$ $\quad 1\ dm^3 = 1litre$ $\quad 1cm^3 = 1ml$

La masse volumique est une grandeur physique qui caractérise la masse d'un matériau par unité de volume.

$Masse\ Volumique = \dfrac{Masse}{Volume}$, soit $\mu = \dfrac{M}{V}$ d'où l'on peut déduire $Volume = \dfrac{M}{\mu}$ et $Masse = \mu \times V$

Les unités de masse volumique se déduisent donc des unités associées aux masses et aux volumes, comme g/cm^3 ou kg/l.

La densité[3] d'un matériau est, pour les solides et les liquides, le rapport de la masse volumique de ce matériau à celle de l'eau. Pour les gaz, la densité est calculée en rapport avec la masse volumique de l'air. Dans les deux cas, la densité est forcément un nombre sans dimension.

La masse volumique de l'eau valant, à 3,98 °C, 1 g/cm³, la densité d'un liquide ou d'un solide s'exprime par la même valeur numérique que sa masse volumique en g/cm³ ou en kg/ℓ : par exemple, il est équivalent de dire que la densité de l'éthanol est de 0,79 ou que sa masse volumique est de 0,79 g/cm³. Ceci donne lieu à des confusions fréquentes entre les concepts de masse volumique et de densité. À noter également comme source d'erreur supplémentaire, la traduction anglo-saxonne de masse volumique qui est *density*.

↘AGRANDISSEMENT-REDUCTION

Quand on multiplie par *k* les dimensions d'un objet de l'espace, donc de dimension trois, le volume est multiplié par k^3.

Ainsi un pavé de dimensions $2cm, 5cm, 10cm$ a pour volume $V = 2 \times 5 \times 10 = 100cm^3$. Si l'on triple ses dimensions, le nouveau pavé a pour dimensions $6cm, 15cm, 30cm$ et pour volume $V' = 6 \times 15 \times 30 = 2700cm^3$, soit 27 fois plus que le volume initial. Plus généralement, soit un pavé de dimensions L, l, h, alors $V = L \times l \times h$. Si chaque dimension est multipliée par k alors $V' = k \times L \times k \times l \times k \times h = k^3 \times V$. Le nouveau volume est bien multiplié par k^3.

[3] Source wikipedia