

S6 Autour de la RESOLUTION DE PROBLEME

Mise en route

A. Vrai ou Faux ?

- a. Si je cherche un nombre dont le carré de son successeur est 25, ce nombre est 4.
- b. Si 4 baguettes et 3 pains ronds coûtent 10€, alors la baguette coûte 1€ et le pain rond coûte 2€.

B. a. Stéphane a 11 ans et son père a 40 ans. On cherche dans combien d'années l'âge du père sera le double de l'âge de Stéphane. On appelle x le nombre d'années cherché. Plusieurs équations sont proposées, à vous de choisir la bonne, puis de la résoudre.

$$11 + x = 40$$

$$11 + 2x = 40 + x$$

$$2(11 + x) = 40 + x$$

$$2(11 + x) = 40$$

- b. Une mère a 24 ans de plus que sa fille. Calculer l'âge de chacune quand elles auront ensemble 100 ans.

C. La largeur d'un champ rectangulaire mesure les trois quarts de sa longueur. Son périmètre est 560 m. Quelles sont les dimensions de ce champ ?

D. Dans un parc zoologique, la visite coûte 5€ pour les adultes et 3€ pour les enfants. A la fin de la journée, on sait que 630 personnes ont visité le zoo et que la recette du jour est de 2370€. Parmi les visiteurs quel est le nombre d'enfants ? Quel est le nombre d'adultes ?

Pour s'exercer¹

Exercice 1

Un club sportif a organisé un voyage, mais l'organisateur a oublié de noter le nombre de participants. Il a simplement noté que le coût aurait dû être de 60€ par personne, mais, un sportif ayant été absent, ce coût fut finalement de 65€ par personne. Quel était le nombre de participants présents ?

Exercice 2

Quatre joueurs se partagent un gain de manière suivante :

- Le premier prend la moitié de la somme moins 1500 euros.
- Le deuxième prend exactement le quart de la somme.
- Le troisième prend le tiers de la somme moins 500 euros.
- Le quatrième prend 300 euros plus le cinquième de la somme.

Quelle somme reçoivent-ils chacun ?

Exercice 3

Un cycliste et son vélo pèsent 82kg. Le cycliste pèse 60kg de plus que son vélo. Calculer le poids du vélo et celui du cycliste.

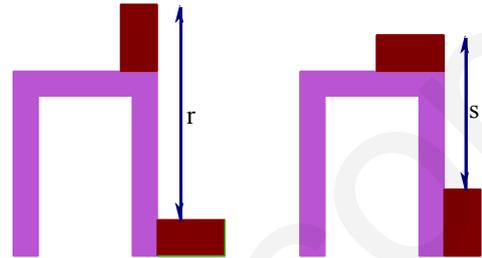
¹ Ex 2 : Nancy 2002 ; 6 : G2 2006 ; 7 : Créteil 2005 ; 8 : La Réunion 2002 ; 9 : Grenoble 2002 ; 12 : Martinique 2004

Exercice 4

Dans une famille, la somme des âges des 4 enfants, Damien, Hélène, Sophie et Sylvain, est 34 ans. Damien est l'a n e, Hélène a 2 ans de moins, Sophie a 3ans de moins qu'Hélène, et Sylvain 2 ans de moins que Sophie. Déterminer l'âge de chaque enfant.

Exercice 5

On dispose d'une table et de deux blocs plac es sur la figure 1. On trouve que la longueur r est de 32 pouces. Après avoir r earrang e les deux blocs comme sur la figure 2, on trouve que la longueur s est de 28 pouces. Quelle est la hauteur de la table ?



Exercice 6

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AC=3,5\text{cm}$ et $BC=12,5\text{cm}$. Calculer la longueur AB.

1. a et b étant deux nombres entiers, résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} a + b = 36 \\ a - b = 4 \end{cases}$$
2. Calculer $a^2 - b^2$ puis $\sqrt{a^2 - b^2}$. Déduire des r esponses obtenues les dimensions d'un triangle ABC, rectangle en A, tel que $AB=12\text{cm}$ et tel que AC et BC s'expriment avec des nombres entiers. Justifier.
3. Donner toutes les décompositions possibles de 144 sous la forme d'un produit de deux entiers naturels. En déduire quatre couples d'entiers naturels non nuls, solutions de l'équation $a^2 - b^2 = 144$. Justifier.

Exercice 7

Dans un concours hippique, un cavalier est p enalis e quand le cheval refuse de sauter un obstacle et quand le cheval fait tomber la barre.

Le cheval de Pierre a fait deux refus et a fait tomber trois barres pour un total de 18 points de pénalité.

Le cheval de Jean a fait un refus et a fait tomber quatre barres pour un total de 19 points de pénalité.

Combien de points coûte un refus ? Combien de points coûte la chute d'une barre ?

Exercice 8

« Paul a dans sa tirelire 13 pièces de monnaie pour une valeur totale de 5 euros. Il n'a que des pièces de 50cents et de 20cents. Déterminer le nombre de pièces de 50cents et le nombre de pièces de 20 cents. » Résoudre ce problème en exposant votre démarche.

Exercice 9

Le caissier d'une banque verse 15000  en billets de 10 , 50 , 100 , et 500 . Il utilise dix fois plus de billets de 50  que de billets de 10  et deux fois plus de billets de 500  que de billets de 100 . Combien a-t-il compt e de billets de chaque sorte ?

Exercice 10

Une personne ayant rencontré des pauvres a voulu donner à chacun quatre sols ; mais elle a trouvé en comptant son argent qu'elle avait deux sols de moins qu'il ne fallait ; c'est pourquoi elle a donné seulement trois sols à chaque pauvre et il lui en est resté cinq. On demande combien la personne avait de sols, et combien il y avait de pauvres. Trouvez une résolution algébrique et une résolution arithmétique de ce problème.

Exercice 11

Une fleuriste vend des bouquets de roses.

Du lundi au samedi, elle vend ses bouquets de roses à un tarif normal puis applique un tarif réduit pour les vendre sur le marché du dimanche (ces deux tarifs sont les mêmes d'une semaine sur l'autre).

La première semaine, elle vend 65 bouquets au tarif normal et 18 bouquets au tarif réduit le dimanche. Son bénéfice hebdomadaire est alors de 177 euros.

La deuxième semaine, elle vend 52 bouquets au tarif normal et 12 bouquets au tarif réduit le dimanche. Son bénéfice hebdomadaire est alors de 144 euros.

Le tarif réduit représente-t-il un gain ou une perte pour la fleuriste ? De combien ?

Exercice 12

Voici les tarifs de deux terrains de camping d'une même localité :

Camping Beausoleil	Camping Bellevue
Forfait installation : 50 €	20€ par personne et par nuit pendant la première semaine
15 € par personne et par nuit pour les adultes et les enfants de plus de 15 ans, 10€ par personne et par nuit pour les enfants de moins de 15 ans	15€ par personne et par nuit pendant la deuxième semaine
	12€ par personne et par nuit pendant le reste du séjour.
	Gratuit pour les enfants de moins de 5 ans

1. M. et Mme Lelong et leurs trois enfants (3 ans, 10 ans, 16 ans) souhaitent camper dans cette localité. Ils veulent dépenser le moins d'argent possible. Dites leur où ils doivent aller camper s'ils veulent coucher dix nuits sur le même terrain de camping.
2. M. et Mme Dubois et leurs deux enfants vont séjourner deux semaines dans un camping de cette localité. Indiquer selon l'âge des enfants, le terrain de camping le plus économique pour eux.

Exercice 13

Trois émissions sont enregistrées sur une cassette. Elles se partagent les 180 minutes de la cassette de la manière suivante : la première dure deux fois plus que la troisième, qui elle, dure 12 minutes de moins que la deuxième.

Trouver la durée de chaque émission :

- a. en utilisant un schéma, et sans sortir du domaine des programmes de l'école primaire ;
- b. par une solution algébrique.

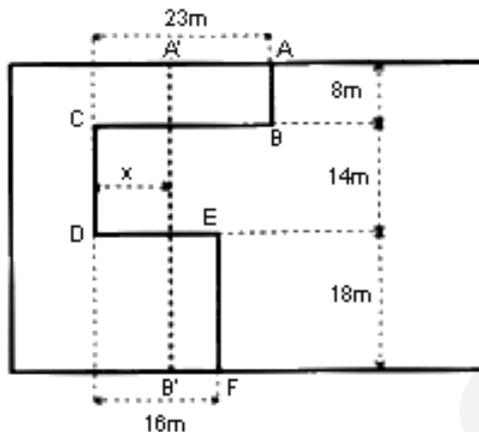
Exercice 14

Le partage équitable

Deux voisins s'accordent pour rectifier la limite de leur terrain sans modifier les aires possédées par chacun. La limite actuelle est la ligne brisée ABCDEF.

Le segment $[A'B']$ de la figure représente la nouvelle limite des deux terrains.

Calculer x .



À retenir

La mise en équation d'un problème va permettre de mettre en place une procédure de **résolution algébrique**.

Une résolution en plusieurs étapes :

- Après lecture attentive de l'énoncé, repérer les inconnues et nommer les (énoncer ce que vous choisissez)
- Exprimer les données de l'énoncé en fonction de ces inconnues
- Résoudre les équations obtenues
- Vérifier, valider si nécessaire les solutions obtenues par rapport aux contraintes de l'énoncé
- Énoncer la solution au problème en rédigeant (retour à la question posée).

Par exemple

Tous les trois ans Madame X a donné naissance à un enfant : Aline puis Bernard et enfin Charles. La somme des âges des trois enfants est égale à 63. Quel est l'âge de chacun ? Justifier votre réponse.

- **Repérer les inconnues et nommer les** : on peut choisir ici comme inconnue l'âge d'un des enfants, à nous de choisir lequel et d'exprimer les deux autres âges en fonction du premier. Par exemple on choisit de noter c l'âge du plus jeune des enfants (Charles)
- **Exprimer les données de l'énoncé en fonction de ces inconnues**

L'âge de Bernard est alors égal à $c + 3$, et celui d'Aline à $c + 6$. La somme des âges est donc égale à $c + (c + 3) + (c + 6)$, soit $3c + 9$. On sait d'autre part que la somme des âges est égale à 63.

- **Résoudre les équations obtenues**

On a donc $3c + 9 = 63$, soit $3c = 54$, soit $c = 18$. On en déduit $c + 3 = 21$ et $c + 6 = 24$

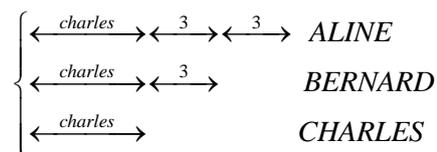
- **Vérifier, valider, énoncer la solution au problème en rédigeant (retour à la question posée).**

Il y a alors bien trois ans d'écart entre chacun d'eux, et la somme de leurs âges est bien égale à 63 ($18 + 21 + 24 = 63$).

Charles a donc 18 ans, Bernard 21 ans, et Aline 24 ans.

Remarque : si l'on avait choisi l'âge b de Bernard comme inconnu, l'âge de Charles est alors $b-3$ et l'âge d'Aline de $b+3$. La somme s'exprime alors sous la forme $3b = 63$ d'où $b = 21$. On retrouve l'âge de Bernard 21 ans....

↘ Cependant cette procédure experte peut parfois être remplacée par une **résolution arithmétique** ou une procédure par essais/erreurs, voire par une procédure personnelle... La résolution arithmétique ne comporte pas de mise en équation ; elle peut s'appuyer sur un schéma et un raisonnement en principe accessible à l'école².



On peut déduire de ce schéma que la somme des trois âges moins 9 est le triple de l'âge de Charles. L'âge de Charles est donc égal à $(63 - 9) : 3 = 18$ ans, et on en déduit l'âge de Bernard, 21 ans et l'âge d'Aline 24 ans.