

## D3C. Autour du NOMBRE en Cycle 2

Ce fichier D3C, corrigé du fichier D3, présente deux activités autour des apprentissages numériques en Cycle 2, cycle des apprentissages fondamentaux. La première situation problème est une situation de comparaison de collections, la seconde partie présente des travaux d'élèves sur le dénombrement.

Nous avons développé dans le fichier **E. Résolution de problème à l'école**, le thème de la résolution de problèmes en Mathématiques. Vous trouverez la spécificité de l'apprentissage en maternelle dans les fichiers **EC1**. Certains portent plus spécifiquement sur l'apprentissage et la construction du nombre en Maternelle. Nous vous invitons, si ce n'est déjà fait, à lire ces documents afin d'enrichir votre vision sur les connaissances et les compétences travaillées en cycle 1.

En conclusion de ce fichier, nous développons la notion de variable didactique que vous devez connaître pour la préparation au concours.

*Les réponses apportées ici ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.*

### A. Analyse d'une situation d'apprentissage / Comparaison de collections<sup>1</sup>

Voici une situation proposée au cours du mois de novembre à des élèves d'un cours préparatoire.

#### **Conditions matérielles :**

Rapprocher deux tables face à face, poser une grande feuille de papier kraft, au milieu de la feuille tirer un trait. D'un côté poser une soixantaine de cubes, de l'autre une collection de bâchettes ayant à peu près le même nombre d'objets. Le travail est réalisé par groupes de 4 enfants.

#### **Consigne :**

“Cherchez si les deux collections ont le même nombre d'objets. Mais attention, chaque collection doit rester du côté où elle a été posée, le trait ne peut être franchi, les collections ne peuvent donc pas se mélanger”.

**1a. Donnez trois stratégies de résolution que les enfants peuvent essayer de mettre en œuvre à cette époque de l'année pour résoudre le problème posé.**

<sup>1</sup> D'après Lille 99, inspirée du manuel “Objectif Calcul” édition 1985 (Hatier)

Il est probable que peu d'élèves arrivent à compter les éléments de chaque collection, compte tenu de la taille de la collection (60) et de la période de l'année. Voici deux **grands types de stratégies** possibles, l'un utilisant le nombre, l'autre s'appuyant sur la correspondance terme à terme :

- **Avec le nombre pour trouver le cardinal de chaque collection** : les enfants essaient de dénombrer chaque collection. Cela posera sans doute problème compte tenu du nombre des objets (60) et de la disposition sur la table. Pour comparer, les enfants peuvent s'appuyer sur la comptine numérique ou s'aider d'une bande numérique de référence pour savoir si l'un des nombres représentant une quantité, précède l'autre, représentant l'autre quantité.
- **Toujours avec le nombre mais par paquets** : les enfants réalisent des sous collections de  $n$  objets ( $n$  correspondant au nombre qu'ils savent dénombrer, par exemple 12) et répètent cette procédure. Ils peuvent s'organiser pour simultanément compter chaque collection, ou bien faire les paquets puis dénombrer combien ils ont de paquets dans chacune. Les unités restantes sont à prendre en compte.
- **Sans le nombre : appariement simultané** soit en posant face à face de part et d'autre de la ligne, un objet de chaque collection, soit sans les poser face à face mais en isolant chaque unité de la collection.
- **Sans le nombre : réalisation de paquets de cardinal plus petit** (par exemple 5, 3, 2) et conclusion directe si disposition simultanée des paquets en **appariement spatial**. La comparaison peut aussi se faire dans un deuxième temps.
- **L'utilisation de tracés** sur le support « feuille » peut permettre à certains de matérialiser la correspondance terme à terme.

**1b. Identifiez trois variables didactiques de la situation, et expliquez les choix faits par le maître en fonction de son intention.**

Vous pouvez choisir parmi :

- la taille des collections : le choix d'un nombre qui n'est pas encore accessible pour tous, va favoriser d'autres procédures, en particulier les groupements qui donnent accès à un comptage plus facile.
- Le choix d'un matériel déplaçable permet l'appariement, le groupement. Le support papier pourrait permettre de matérialiser la correspondance, mais cela semble compliqué ici du fait des manipulations.
- La disposition proche des deux collections favorise aussi la correspondance. Si les collections étaient éloignées dans le temps ou l'espace, la correspondance terme à terme nécessiterait l'utilisation d'une collection intermédiaire ou d'une trace écrite.
- La présence de la ligne fait partie de la consigne, la supprimer amènerait à des procédures moins avancées comme un appariement un/un en posant une bûchette sur un cube, et ne favoriserait pas les groupements.

**1c. Quel peut être l'objectif principal du maître en proposant cette activité ?**

L'**objectif principal** est d'amener les élèves à s'organiser pour dénombrer, non pas en utilisant le nombre jusqu'à 60 (les élèves ne le connaissent pas encore) mais en faisant des groupements, afin de préparer aux groupements de dix dans la numération décimale, travaillée au CP.

## 2. Imaginez un déroulement possible de cette activité avec la classe. En définir quatre phases principales.

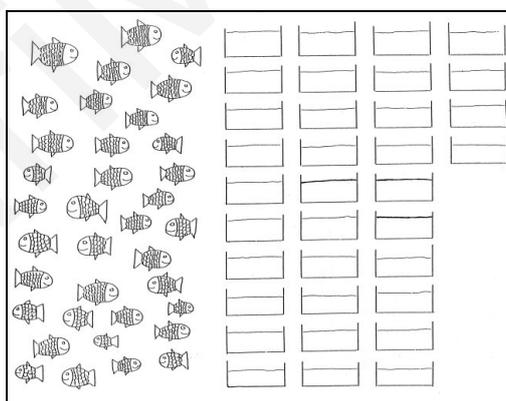
Cette situation pourrait être menée en classe selon quatre phases :

- *Recherche* en travail de groupe (4 élèves) : la ligne est matérialisée et la consigne donnée. L'enseignant s'assure que les consignes sont respectées et que tous les groupes sont en activité. Eventuellement, une première étape de découverte du matériel peut être proposée, avec peu d'objets et sans ligne matérialisée, selon le niveau de la classe. L'appariement est alors possible.
- *Mise en commun* : verbalisation des procédures par un représentant du groupe. Confrontation des stratégies, regard sur leur efficacité, leurs avantages, leurs inconvénients. L'enseignant se place comme animateur des échanges, tout en repérant les points forts à mettre en avant pour la phase suivante.
- *Synthèse* en vue d'un réinvestissement immédiat ou différé. Elaboration d'une trace écrite, mémoire de la séance (affiche) et des procédures retenues (ici les groupements).
- *Différenciation* pour apporter une aide aux élèves en difficulté et permettre à ceux qui ont compris de réinvestir les procédures dans une autre situation.

La phase d'évaluation peut être envisagée dans le prolongement de cette séance. L'exercice proposé devrait permettre à l'enseignant de repérer si les élèves réinvestissent les procédures précédemment élaborées.

### 2. Un exercice d'évaluation élaboré par le maître est proposé individuellement à chaque élève.

La consigne donnée oralement est la suivante : "Est-ce que chaque poisson aura son bocal ? Si la réponse est non, dites alors ce qu'il faut faire pour que chaque poisson ait son bocal." Les élèves reçoivent une feuille avec l'exercice ci-dessous<sup>2</sup> et devront la rendre ; il n'est donc pas question de la découper.



#### 2a. Quelle difficulté spécifique présente cette activité par rapport à l'activité précédente ?

Dans cet exercice, les objets ne sont plus déplaçables. C'est une difficulté majeure pour organiser le dénombrement. Le passage à l'écrit rend la tâche plus complexe, même si l'élève a compris comment s'organise la comparaison des deux collections. La correspondance spatiale de paquets peut nécessiter des tracés difficiles à matérialiser compte tenu de la disposition des collections.

<sup>2</sup> Reproduction réduite  
Parimaths.com

**b. Faire une analyse critique de cet exercice d'évaluation, par rapport aux objectifs de l'enseignant. Développez deux arguments, en référence au document.**

L'exercice d'évaluation proposé par le maître devrait lui permettre de repérer si les élèves réinvestissent les procédures précédemment élaborées. Venant après l'activité de comparaison de collections, on peut penser que l'enseignant souhaite voir si les enfants envisagent les groupements pour répondre à ce problème. Si c'est le cas, la principale raison faisant penser que l'exercice n'est pas bien conçu pour atteindre cet objectif, est le choix du contexte et la formulation « chacun son bocal » qui incite à l'appariement un poisson - un bocal. Par ailleurs, une collection n'est pas organisée, l'autre l'est en lignes et colonnes. Cela peut inciter les enfants à associer un poisson -un bocal, en barrant chaque poisson et éventuellement en cochant le bocal associé.

Compte tenu de la disposition des bocaux en colonnes de dix bocaux, on peut aussi penser que l'enseignant veut faire le lien entre dizaines/unités et le nombre. Il semble que cela soit tôt pour le CP.

La disposition spatiale des poissons peut amener à des erreurs de comptage dans le cas où un élève voudrait associer une colonne de dix bocaux à dix poissons.

La taille des collections paraît cependant un choix positif dans cet exercice. Peu d'enfants s'engageront dans une procédure utilisant directement le comptage des deux collections. La disposition des bocaux peut aussi amener à faire des paquets de quatre poissons puis de trois poissons, associés respectivement à chaque ligne de bocaux, et non aux colonnes de dix bocaux.

**B. Analyse de Travaux d'élèves / S'organiser pour dénombrer<sup>3</sup>**

Cette activité est un extrait d'un fichier de maths et voici quatre productions d'élèves de CP. La question est : « Combien y a-t-il de coccinelles ? »

**1a. Analyser les procédures mise en œuvre et les erreurs commises. Faire une hypothèse sur l'origine de ces erreurs.**

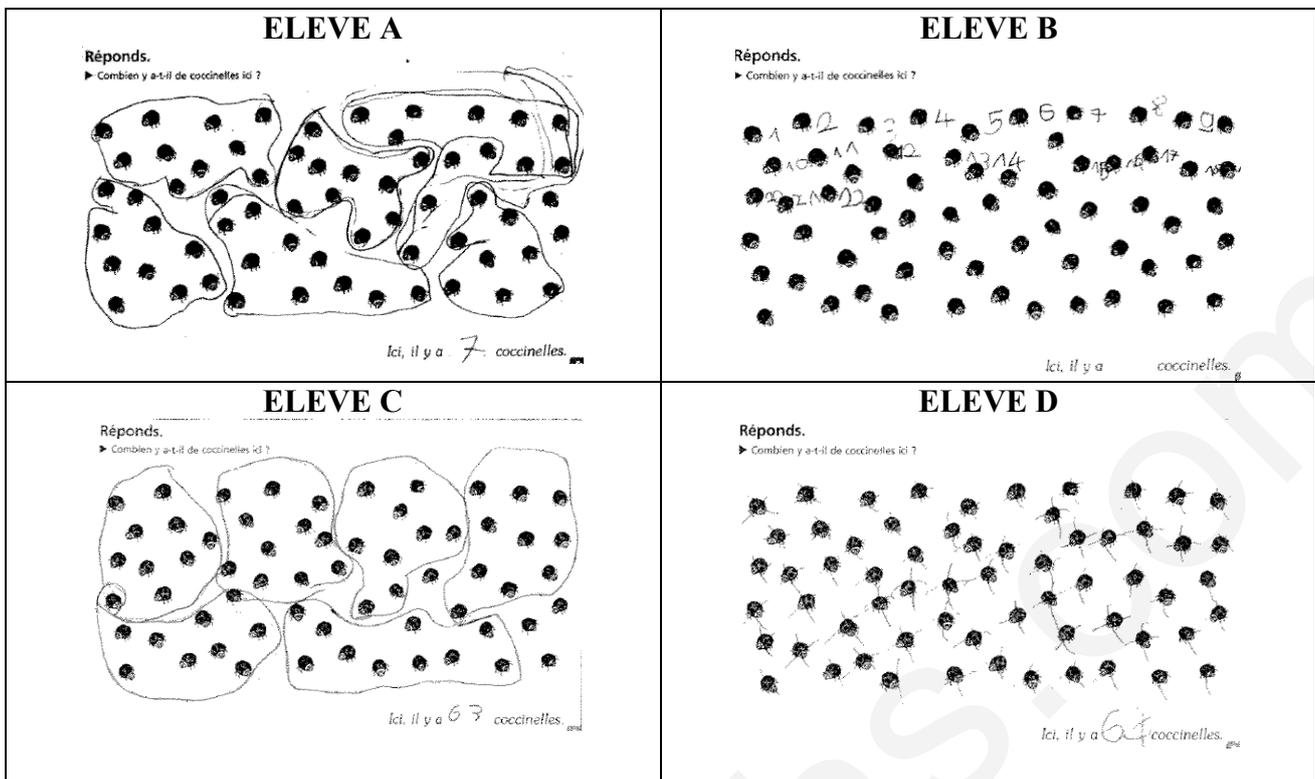
Trois réponses sont attendues pour chaque analyse : la procédure, les erreurs éventuelles, l'origine de ces erreurs.

*L'élève A réalise des groupements qui ne sont pas réguliers* : 3 groupes de 10, un paquet de 11, un paquet de 8, un paquet de 12, il lui reste deux unités. Sa réponse finale représente le nombre de paquets réalisés et non le nombre de coccinelles recherché. Le reste n'est pas pris en compte.

Il semble qu'il ait compris la stratégie de grouper, le groupement par dix n'est pas encore complètement intégré, et il n'arrive pas à gérer la disposition des coccinelles pour les organiser. Par ailleurs sa réponse montre que cet élève n'a pas compris le sens de ces groupements dans la numération décimale.

---

<sup>3</sup> Fichier de maths « J'apprends les maths avec Picbille »  
Parimaths.com



L'élève B compte chaque coccinelle en écrivant son « numéro » dans la suite numérique. Son comptage s'arrête à 22, et il ne termine pas. La procédure longue peut expliquer qu'il ne puisse pas terminer ou peut être ne connaît-il pas la comptine au-delà de 22. Par ailleurs on repère des oublis de coccinelles dans le dénombrement, sans doute du fait de la disposition spatiale. Pour une énumération efficace, il lui aurait fallu revenir sur les coccinelles oubliées.

L'élève C réalise des groupements qui ne sont pas réguliers : deux groupements de 10, un groupement de 9, trois groupements non disjoints avec un élément commun, il reste trois unités proches et une isolée. La réponse chiffrée traduit la prise en compte de 6 dizaines ce qui fait penser que cet élève a cru réaliser des paquets de dix, et trois unités. Il est probable qu'il ait oublié la coccinelle isolée.

L'élève D réalise un comptage en cochant chaque coccinelle sans doute au fur et à mesure. Le résultat est presque correct (à un près) ce qui traduit une difficulté dans l'énumération malgré le marquage.

## 2. L'enseignant propose à l'élève B une fiche avec 28 coccinelles.

« Voici une autre feuille. Il va falloir que tu colles une gommette verte sur chaque coccinelle. Ces gommettes seront distribuées par la marionnette qui ne sait compter que jusqu'à 9. Quelle commande orale peux-tu lui passer ? »

### a. En quoi cette situation peut-elle amener cet élève à changer de procédure ?

L'élève devra faire des groupes de 9 au maximum pour passer la commande à la marionnette puisqu'elle ne sait compter que jusqu'à 9. Il ne pourra donc plus utiliser le comptage de toute la collection. L'enseignant veut l'amener à utiliser les groupements.

### b. Décrire une procédure correcte.

L'élève peut demander successivement des paquets de 9, trois fois, et une gommette, ce qui correspondrait à une commande 'optimisée'. Il peut aussi commander des paquets irréguliers par exemple 9, 5, 5, 9, ou plus aléatoire 5, 8, 7, 8, ajustés au fur et à mesure du collage des gommettes s'il est autorisé en cours de commande, ou matérialisés en traçant ou notant sur la feuille, les paquets commandés.

### 3. Sur quelle variable l'enseignant peut-il jouer pour faire évoluer la procédure de l'élève D?

#### Justifier.

L'enseignant pourrait proposer à cet élève une collection plus importante pour lui faire prendre conscience de l'intérêt d'organiser son comptage (au-delà du plus grand nombre connu). Il pourrait aussi lui faire passer commande à la marionnette qui, cette fois pourrait distribuer les gommettes seulement par plaques de dix ou à l'unité, si le nombre est inférieur à dix. L'élève devrait alors faire des groupements organisés de dix, ce qui éviterait sans doute l'erreur d'énumération.

#### En conclusion

On appelle **variable didactique**, un paramètre dans la conception d'une situation d'apprentissage, qui, s'il est modifié, entraîne un changement de procédure de la part de l'élève. Le choix de ces variables par l'enseignant permet d'adapter la situation à l'objectif visé. Il peut les changer, pour faire évoluer les procédures ou adapter l'activité aux difficultés de chacun. Dans l'exercice précédent, il est spécifié : « Ces gommettes seront distribuées par la marionnette qui ne sait compter que jusqu'à 9. ». Si l'enseignant ne précise pas que la marionnette ne sait compter que jusqu'à 9, l'élève peut garder sa procédure de dénombrement qui n'a pas abouti et ne répond pas à l'objectif que s'est fixé l'enseignant dans cette activité.

La capacité à compter de la marionnette est ici une variable didactique.

Dans la situation précédente de comparaison, l'éloignement dans l'espace des deux collections entraînerait naturellement un changement de procédures. Les élèves ne pourraient plus associer des sous collections directement. Ils seraient obligés de passer par la trace écrite pour représenter les sous collections par l'utilisation du nombre, des dessins, ou des codages.... La disposition spatiale des collections est une variable didactique de la situation.

☞ L'**analyse critique** d'une activité est une prise de recul sur le support choisi ou sur le déroulement prévu.

L'analyse fera émerger les aspects positifs ainsi que négatifs.

☞ Pour le concours, vous devez être capable de repérer les **variables didactiques** d'une situation et les transformer pour adapter une activité ou un énoncé de problème.