

D6C. Autour de la RESOLUTION DE PROBLEMES

Ce document est le corrigé du document D6 autour de la résolution de problèmes, reprenant le thème déjà abordé dans les documents **D1** et **D1C**. Nous retrouvons des problèmes laissant la place à l'initiative des élèves, et abordons tout particulièrement ici les notions de procédures personnelles et de procédures expertes évoquées dans le fichier **E. Résolution de problème à l'école**.

Les réponses apportées ici ne sont pas exhaustives. Elles dépassent cependant parfois celles attendues dans le cadre du concours, pouvant ainsi enrichir votre vue sur d'autres travaux proposés ou sur l'apprentissage en général.

Résolution de problème¹. Annexes I et II

« On effeuille une marguerite de 40 pétales en disant : "Je t'aime, un peu, beaucoup, passionnément, à la folie, pas du tout. Je t'aime, un peu, ...etc." Par quelle déclaration terminera-t-on ? »

1. Résoudre le problème avec un bouquet de 13 marguerites.

Si le bouquet est composé de 13 marguerites, il y a $13 \times 40 = 520$ pétales. Pour l'effeuillage, il y a six réponses possibles. $520 = 86 \times 6 + 4$. On énoncera donc 86 fois la ritournelle complète, puis je t'aime/ un peu/ beaucoup/ passionnément qui est la réponse finale.

2. Identifier les différents types de procédures utilisées en précisant les élèves concernés.

Les productions proviennent de six élèves de CM2. Nous pouvons identifier quatre types de procédures (voir détails question 3), dont trois s'appuient sur le calcul :

Procédure basée sur une énumération, évoquant l'action de l'effeuillage : D et F

Procédure basée sur un calcul soustractif : A

Procédure basée sur un calcul multiplicatif : E

Procédure basée sur un calcul de type division euclidienne : B et C

Inutile de détailler davantage dans cette question. C'est plus un classement des productions qui est attendu.

3. Analyser dans chaque production la procédure mise en œuvre, la réponse donnée, les erreurs éventuelles.

¹ D'après Lyon 1998
Parimaths.com

Résolution de problèmes². Annexe III

Arnaud est allé voir les poules et les lapins de son voisin. En revenant, il pose à son frère la devinette suivante : « J'ai compté les têtes de tous les animaux et j'en ai trouvé 4. J'ai ensuite compté les pattes de tous les animaux et j'en ai trouvé 14. Peux-tu me dire combien il y a d'animaux de chaque sorte ? »

1. Résoudre ce problème avec 40 têtes et 114 pattes.

On peut utiliser ici **une procédure experte**, transposable à tout champ numérique plus ou moins important : la mise en équation du problème amène à un système de deux équations à deux inconnues.

Soit l le nombre de lapins et p le nombre de poules.

$$\begin{cases} l + p = 40 \\ 4l + 2p = 114 \end{cases}$$

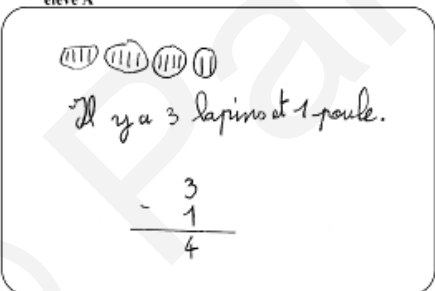
Ce système admet une et une seule solution $l = 17$ et $p = 23$. Il y a donc 17 lapins et 23 poules.

On peut rapidement vérifier un jour de concours $17 + 23 = 40$ et $17 \times 4 + 23 \times 2 = 114$!

2. Dans quel cycle l'enseignant peut-il proposer son problème ? A quel type de problème appartient cet énoncé ?

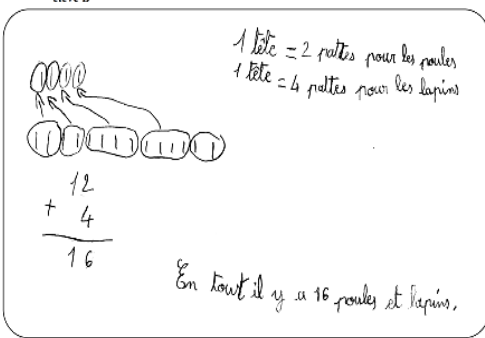
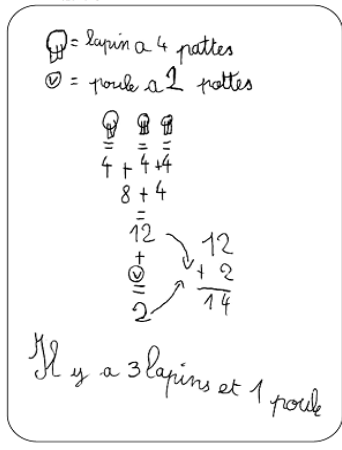
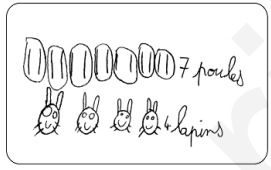
Compte tenu du champ numérique de l'énoncé (4 et 14), ce problème peut être proposé dès le cycle 2. Le problème est **un problème ouvert**, les élèves n'ayant pas de méthode de résolution disponible pour le résoudre. Ils sont donc en situation de recherche, avec toute initiative permise et attendue dans la démarche. Le contexte de l'énoncé est simple et familier, les contraintes ne font pas obstacle à la compréhension.

3. Pour chaque production A, B, C et D, décrire la procédure utilisée et analyser les erreurs éventuelles en formulant des hypothèses sur leurs origines.

<p>élève A</p>  <p>Il y a 3 lapins et 1 poule.</p> $\begin{array}{r} 3 \\ - 1 \\ \hline 4 \end{array}$	<p>Cet élève A fait une représentation imagée de la situation : chaque bâton représente une patte, chaque rond une tête. Groupés, ils représentent un animal. En commençant par les lapins, la procédure s'avère rapide et efficace. Son interprétation est correcte, la réponse est juste. Seule la vérification, sous forme d'une soustraction écrite avec un résultat additif, comporte une erreur, sans doute d'étourderie³.</p>
---	---

² D'après Groupement 2 – 2007 et Groupement 2 – 2008

³ Pour le concours, attention à ne pas qualifier d'erreur d'étourderie des erreurs qui peuvent avoir une meilleure explication !!
Parimaths.com

<p>élève B</p> 	<p>L'élève B a bien compris le problème comme le montre son récapitulatif en haut. Il s'engage lui aussi dans une représentation imagée de chaque animal, mais commence par des poules. A chaque animal trouvé, il associe un bâton au dessus pour le comptage. Cette procédure ne permet à l'élève de gérer simultanément les deux contraintes : un animal sur les 5 n'est pas compté, seulement 12 pattes sont prises en compte. L'élève ne sait pas comment prendre en compte ces représentations, il ajoute les deux données numériques et donne une conclusion qui n'a pas de sens par rapport au problème posé.</p>
<p>élève C</p> 	<p>L'élève C combine une représentation imagée des animaux (oreilles des lapins, bec de la poule), l'utilisation de l'écriture chiffrée du nombre de pattes et un calcul additif posé, organisé en étapes. L'élève ayant commencé par les trois lapins, la procédure s'avère correcte, le nombre de têtes apparaissant sur les dessins. Les calculs sont justes, la conclusion montre une bonne interprétation du problème et de la démarche. On peut remarquer que l'utilisation du signe « égal » est incorrecte, de même que les égalités successives, ce qui est cohérent à ce stade de l'apprentissage.</p>
<p>élève D</p> 	<p>L'élève D n'a pas compris le problème. Il représente de manière très imagée, les têtes de lapins et les pattes des poules, en dissociant les 14 pattes des 7 poules, et les 4 têtes des 4 lapins.</p>

En conclusion

Les problèmes dits *pour chercher* ou *problèmes ouverts*, à l'énoncé court et sans obstacle, ne visent l'acquisition d'aucune connaissance mathématique nouvelle. Les élèves n'ont en général pas de *procédure experte* à disposition. C'est ici la *démarche et les procédures personnelles* utilisées qui font l'objet de l'apprentissage. L'enseignant cherche ici à développer un comportement de recherche, et des compétences d'ordre méthodologique.

☞ Cependant, il est important de comprendre qu'un tel problème peut, selon le moment auquel il est donné, changer de catégorie. Ainsi le problème de l'effeuillage de la marguerite peut être résolu bien avant la maîtrise de la division. Il devient cependant d'un problème d'application du champ multiplicatif dès lors que cette procédure est accessible.